

Análisis y modelado de la distribución térmica en morteros

Omar Aguilar Loreto¹, Juan José Avila Navarrete², Abimael Jiménez Pérez³

¹Departamento de Ingenierías, Universidad de Guadalajara, Av. Independencia Nacional 151, Autlán, 48900 Jalisco, México

²Estudiante del Doctorado POCIMA, Universidad de Guadalajara, Av. Independencia Nacional 151, Autlán, 48900 Jalisco, México

³Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computación de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, Av. De Charro 450, Juárez, Chihuahua, México

Resumen: El estudio del calor y su propagación en distintos materiales es de gran interés en el campo de las ciencias físicas y las ingenierías. Entre la amplia variedad de materiales desarrollados, el estudio de materiales con base cementantes es un área vigente. En este artículo se caracteriza un cubo de mortero de forma cuasi perfecta, analizando la distribución de temperaturas que adquiere bajo la acción de una fuente de calor constante en estado estacionario. Asimismo, se desarrolla un modelo matemático que incorpora las condiciones iniciales y de frontera. Los datos obtenidos a partir del modelo son comparados con los resultados obtenidos del experimento térmico. A partir del modelado y la experimentación, se determina el valor de la difusividad térmica del mortero estudiado. Esta medición permitió comprobar que el modelo propuesto describe adecuadamente los resultados del desarrollo experimental.

Palabras clave: Validación experimental; mortero; ecuación del calor; modelado matemático; difusividad térmica.

1. Introducción

El calor y su evolución en la materia, especialmente en los sólidos, ha sido estudiado desde hace siglos. Sin embargo, hacia finales del siglo XVIII, Joseph Fourier fue uno de los pioneros en analizar de manera sistemática el fenómeno de la propagación del calor, utilizando métodos matemáticos avanzados para su época [1,2]. Estos métodos siguen utilizándose en la actualidad y han proporcionado las bases para la medición de las cantidades fundamentales en termodinámica [3]. Es muy importante el estudio de los procesos de transferencia de calor, pues en la actualidad existen sistemas que se ven limitados en su funcionamiento por la generación de calor, aún continúa el estudio de contenedores adecuados para almacenar dispositivos o componentes para los cuales es imprescindible la disipación del calor [4].

En este contexto, los materiales de construcción, como el mortero, ofrecen una oportunidad idónea para estudiar fenómenos físicos complejos bajo condiciones delimitadas, considerando al calor como una de las características sobresalientes a analizar. El mortero, compuesto por una matriz cementante y agregados finos, se caracteriza por ser un sistema multiparamétrico en el que intervienen procesos

térmicos y mecánicos, susceptibles de ser modelados mediante métodos matemáticos y computacionales [5]. Su uso generalizado, tanto en aplicaciones estructurales como no estructurales, junto con su disponibilidad y bajo costo, lo convierten en un candidato viable para simular y analizar la evolución del calor [6]. El estudio del calor en mortero, permite explorar fenómenos asociados al comportamiento de materiales cementantes, ayuda a simular la distribución de temperaturas en los diseños de construcción modernos, los cuales exigen valores de temperatura adecuados para el ser humano [7]. También constituye un medio práctico y representativo para validar modelos físicos aplicables a sistemas más complejos.

Aunado a ello, resulta bastante útil reproducir un fenómeno de forma controlada. La mayoría de las veces no es posible estudiarlo de manera directa, ya que depende de varios factores sobre los cuales no se puede tener control, y que en ocasiones quedan fuera del alcance del experimentador [8]. Tales factores pueden ser de índole económica, involucrar materiales aún no explorados, requerir condiciones ideales que no se presentan cotidianamente, o implicar la falta de muestras específicas, entre otros. Por estas razones, el científico se ve obligado a reproducir los fenómenos bajo condiciones restringidas. Con el desarrollo de la tecnología, hoy en día existen diversos recursos para lograrlo, como computadoras y software especializado [9,10].

En situaciones como las anteriormente descritas, es preciso y necesario recurrir al concepto de modelación [8,11,12]. La modelación permite reproducir un fenómeno físico que no puede ser estudiado de forma directa. Desde luego, siempre representa una aproximación a la situación real. No obstante, aun cuando el modelo se encuentre sustentado por la lógica y sea consistente matemáticamente con los modelos aceptados en la época contemporánea, la experimentación sigue siendo el criterio que determina su validez [13–15]. Ejemplos notables de este esquema, en particular en la Física [16] incluyen la predicción de la antimateria a partir de las ecuaciones de Dirac [17], las ondas gravitacionales [18] o el bosón de Higgs [19].

El análisis previo permite sintetizar la relación fundamental que existe entre cualquier modelo teórico y el comportamiento de la naturaleza en la siguiente formulación:

Teoría ↔ Realidad Experimental

El estudio del mortero constituye un medio práctico y representativo para validar modelos físicos aplicables a sistemas más complejos. En algunos casos, como en el artículo [20] se muestra una metodología de la solución de la ecuación del calor para encontrar la distribución de calor en barras de diferentes materiales como cobre, níquel, oro y aluminio, presentando sus principales características para la aplicación del modelo. Los modelos matemáticos para describir la distribución de calor alrededor de los bordes exteriores de un molde para hornear se presentan en el

artículo [21], donde se aplica la ley de Fourier, para diseñar modelos matemáticos de la distribución de calor mediante simulación y mostrar la efectividad de los métodos aplicados. En [22] se diseña y se construye un sistema electromecánico para el estudio de la ecuación del calor en una barra horizontal. Al mismo tiempo, se resuelve la ecuación del calor, incorporando las condiciones correspondientes del diseño experimental a fin de corroborar y sustentar el modelo. A pesar del gran avance obtenido mostrado anteriormente, no se ha contemplado un esquema de medición a bajo costo que ofrezca resultados aceptables, ni se ha contrastado el modelo teórico con la implementación del experimento para un material de tipo mortero, mismos que se exponen en esta investigación.

En este artículo se desarrolla el modelo matemático para la distribución del calor para un sólido con geometría cúbica, compuesto de mortero convencional. A partir del experimento se determinan los valores de temperatura en sus caras al someterlo a una fuente de calor homogénea, y se analiza su evolución hasta alcanzar el equilibrio termodinámico. El modelo propuesto correspondiente a la ecuación del calor, considerando las características mencionadas anteriormente, se compara con la implementación del experimento. Se determina la constante de difusividad térmica para la mezcla de mortero a fin de validar tanto el modelo como el desarrollo experimental.

En la siguiente sección, se aborda el marco teórico aceptado y se estudia la distribución de temperaturas utilizando la Teoría del Calor desarrollada originalmente por Fourier. En la sección 3 se presenta el diseño experimental con el que se midió la temperatura del sólido compuesto de mortero. Los resultados obtenidos se muestran en la sección 4 donde el modelo se compara con la evidencia experimental. Finalmente, en la sección 5 las conclusiones se exponen con posibilidades de trabajo a futuro.

2. Modelo Teórico del Calor

La capacidad calorífica (C) es una medida de la resistencia de un cuerpo a incrementar su temperatura cuando se le suministra calor. Sin embargo, es importante distinguir entre los conceptos de temperatura y calor. El calor es una forma de energía térmica, mientras que la temperatura es una medida macroscópica relacionada con la cantidad de energía térmica acumulada en un cuerpo [22,23]. En virtud de esto, la capacidad calorífica puede definirse como $C = \frac{e}{u}$, donde e representa la cantidad de energía térmica (en Joules) y u corresponde a la temperatura (en Kelvin), de acuerdo con el Sistema Internacional de Unidades (SI). Asimismo, la capacidad calorífica depende de la cantidad de masa del cuerpo al que se le suministra calor.

A partir de esto, surge el concepto de calor específico, que es la capacidad calorífica por unidad de masa (en kg) $c = \frac{C}{m}$, donde C es la capacidad calorífica y m

la masa del cuerpo. El calor específico depende en gran medida de la constitución del material por lo que puede ser modelado como una función escalar que varía según la posición dentro del volumen que ocupa el objeto, es decir, $c(\vec{x})$ con $\vec{x} = (x, y, z)$ en coordenadas cartesianas [24,25]; depende a su vez, de la cantidad de masa almacenada en ese mismo volumen, de aquí el concepto de densidad de masa, $\rho = \frac{m}{V}$, donde m es la distribución de masa en el volumen V considerado [23]. La densidad puede variar dentro del objeto si la distribución de masa no es uniforme, por lo que puede modelarse como una función escalar de la posición $\rho(\vec{x})$. En ese caso, la masa contenida en un volumen específico puede expresarse como $m(\vec{x}) = \rho(\vec{x})V$. Al unir los aspectos anteriores se puede deducir que la Capacidad Calorífica es $C(\vec{x}) = c(\vec{x})\rho(\vec{x})V$.

El modelo clásico para el estudio del calor se atribuye originalmente a los trabajos realizados por Joseph Fourier, el cual representó un enfoque distinto para abordar el tema [1,3,26]. La necesidad de estudiar ciertos objetos metálicos que han sido calentados y que, por lo tanto, presentan una dinámica en la distribución y disipación del calor marcó una pauta para el desarrollo de nuevos métodos matemáticos para la modelación del problema. En particular, se avanzó significativamente en la teoría de ecuaciones en derivadas parciales y en la noción de cálculo en varias variables. No obstante, independientemente de la solidez del modelo, los principios de la física establecen la dirección a seguir para su desarrollo y validación [16-23].

La dinámica de la energía térmica puede analizarse al estudiar la cantidad de calor presente en un cuerpo, así como sus aportaciones internas y externas. Para ello, son indispensables dos elementos fundamentales. En primer lugar, es necesario preservar el principio universal de conservación de la energía; es decir, los cambios en la cantidad de calor se deben al flujo de calor, tanto interno como externo, además de las posibles fuentes de calor existentes dentro del volumen que delimita el cuerpo en estudio. En segundo lugar, se requiere considerar la ley del flujo de calor de Fourier, enunciada hacia 1822, esta ley establece que la conducción de calor a través de objetos metálicos bidimensionales es proporcional al negativo del gradiente de temperatura $\vec{\varphi}(\vec{x}, t) = -K_0(\vec{x})\vec{\nabla}u(\vec{x}, t)$, donde la constante K_0 se conoce como conductividad térmica y puede depender del material. En este trabajo, consideraremos que dicha constante es uniforme. A partir de estos razonamientos, se deduce la ecuación que describe, de forma global, las características antes mencionadas [23,24].

2.1 Ecuación del Calor

Al tener en cuenta las ideas desarrolladas en la sección anterior se puede llegar a la deducción de la ecuación

$$c(\vec{x})\rho(\vec{x})\frac{\partial u(\vec{x}, t)}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (K_0(\vec{x})\vec{\nabla}u(\vec{x}, t)) + Q(\vec{x}, t) \quad (1)$$

que es la forma más general de la Ecuación del Calor [23-25].

Para nuestro caso de estudio podemos considerar que el material es homogéneo e isotrópico por lo que la densidad de masa, el calor específico y la conductividad del mismo son uniformes. También consideramos que no existen fuentes de calor al interior del cuerpo, es decir, $Q(\vec{x}, t) = 0$ de esta forma la ecuación del calor se expresa como

$$\frac{\partial u(\vec{x}, t)}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u(\vec{x}, t). \quad (2)$$

donde $\alpha = \frac{K_0}{c\rho}$ se conoce como la Difusividad Térmica del material. La función $u(\vec{x}, t)$ describe la distribución de temperatura como una magnitud física, macroscópicamente medible y que depende de la posición espacial y del tiempo.

Usando los métodos de la física-matemática se puede encontrar la solución a la ecuación (2), donde hemos considerado un sólido cúbico de lado L, es decir la región de estudio está definida en la forma $V = \{\vec{x} \in R / 0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, 0 \leq z \leq L\}$ y cuyas caras se encuentran a una temperatura inicial T_0 . Las restricciones en las caras del cubo se conocen como condiciones de frontera y toman la forma

$$\begin{aligned} u(0, y, z, t) = T_0 & \quad u(L, y, z, t) = T_0 & \quad u(x, 0, z, t) = T_0 \\ u(0, L, z, t) = T_0 & \quad u(x, y, 0, t) = T_0 & \quad u(x, y, L, t) = T_0 \end{aligned} \quad (3)$$

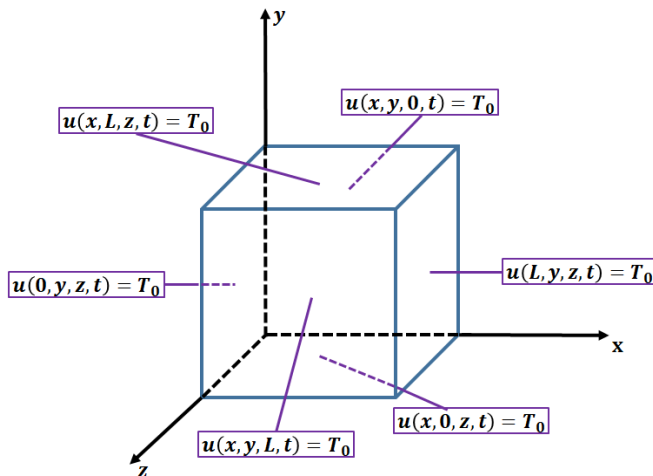


Figura 1. Un cubo ideal de mortero con las seis caras sometidas a la misma temperatura constante T_0 .

Gráficamente podemos imaginar esta situación como se presenta en la figura 1. Para encontrar una solución, proponemos que dicha solución tenga la forma $u(\vec{x}, t) = v(\vec{x}, t) + g(\vec{x})$ donde $g(\vec{x})$ representa la distribución de temperatura en el

caso estacionario, $u(\vec{x}, t)$ es la función de temperatura que satisface las condiciones (3) y la función $v(\vec{x}, t)$ satisface las condiciones para el caso homogéneo cuya solución está dada como [23-27]

$$v(x, y, z, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{nlm} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{l\pi y}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi z}{L}\right) \times e^{-(l^2+m^2+n^2)\frac{\alpha\pi^2}{L^2}t} \quad (4)$$

Y los coeficientes son

$$A_{nlm} = \int_0^L \int_0^L \int_0^L [f(x, y, z) - g(x, y, z)] \times \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{l\pi y}{L}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi z}{L}\right) dx dy dz. \quad (5)$$

2.2 Un cubo de mortero inicialmente a temperatura constante

Para el caso de un cubo cuasi-perfecto de mortero podemos hacer una idealización de acuerdo a la técnica utilizada para realizar la medición de la temperatura. Se puede tomar un caso especial de la solución $u(\vec{x}, t)$ descrita en la sección anterior, considerando las siguientes restricciones:

El cubo se somete a un baño de calor hasta llegar a una temperatura T_1 donde hemos supuesto que la exposición al calor calienta de manera completamente uniforme a todo el cubo material, por lo tanto las caras del mismo mantienen la misma temperatura en un instante de tiempo dado.

Las caras del cubo para el caso estacionario no se mantienen aisladas, esto es, se mantienen a la temperatura ambiente del lugar donde se realiza la medición y que designaremos por T_0 , esto corresponde a las condiciones de frontera del cubo con una temperatura estacionaria constante y uniforme a lo largo de cada cara del cubo.

En este caso, se puede considerar sin pérdida de información para el análisis, sólo una de las caras por la simetría de la exposición y junto con lo señalado en el párrafo anterior.

Si se registra la temperatura justo en el centro de alguna de las caras, esta será la que se tome como referencia y se puede llevar la descripción cuantitativa de la solución a la forma unidimensional para simplificar el análisis.

Considerando la idealización previa, y realizado los cálculos pertinentes se deduce la solución para el caso unidimensional quedando de la siguiente manera

$$u(x, t) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-(n^2)\frac{\alpha\pi^2}{L^2}t} \quad (6)$$

donde las condiciones de frontera e iniciales coinciden con las desarrolladas en el experimento, esto es, $T_0 = 32^\circ C$ es la temperatura en equilibrio con el medio ambiente, $T_1 = 90^\circ C$ es la temperatura inicial a la que fue calentado el cubo sólido, α es la constante de difusividad térmica que se ha tomado con valor de $18 \times 10^{-6} m^2/min$, la longitud del cubo es de $L = 0.05m$ y

$$A_n = 2(T_1 - T_0) \left(\frac{1 - \cos(n\pi)}{n\pi} \right) \quad (7)$$

Observemos que la solución es una serie infinita de armónicos que atenuados por una exponencial decreciente en el tiempo, comportamiento que coincide con la segunda ley de la termodinámica en la cual el calor fluye de los objetos más calientes a objetos más fríos. Esta serie converge a la solución ideal. No obstante, para la realización de las gráficas se ha expandido la serie hasta un valor suficiente de $n=200$, donde el error de convergencia de la serie ya no es apreciable.

3. Diseño Experimental

Para la realización del experimento se ha requerido de equipo de bajo costo y el procedimiento de medición se ha desarrollado con la mayor precisión lo cual ha logrado resultados satisfactorios que se reflejan en la sección 4. A continuación se describe de manera concisa y detallada la implementación del experimento.

3.1 Elaboración del mortero

La preparación del mortero se realizó conforme a la norma ASTM C109/C109M-21, la cual define un protocolo estandarizado para la producción y evaluación de morteros cementantes hidráulicos mediante ensayos de compresión. La mezcla se formuló con una proporción de 1:2.75 entre cemento blanco Portland CPC 30R-B y arena estandarizada (ASTM C778). Se empleó una relación de agua/cemento de 0.485.



Figura 2. Agitador planetario de la marca Blazer.

La mezcla se llevó a cabo en un mezclador planetario mostrado en la figura 2, siguiendo la secuencia de agitación definida en la norma ASTM C305: 30 segundos a baja velocidad, pausa de 90 segundos para limpiar las paredes del recipiente, y 60 segundos a velocidad media. Esta operación garantiza una dispersión homogénea de las fases y una textura plástica uniforme.

La verificación de la consistencia se realizó mediante el ensayo de flujo conforme la ASTM C1437, obteniendo un valor de 110 ± 5 , dentro del rango aceptable para el procedimiento de moldeo.

El mortero se colocó en los moldes cúbicos de 50 mm x 50 mm x 50 mm en dos capas de igual espesor, cada una compactada mediante 32 golpes, conforme al patrón ortogonal especificado por la norma. Una vez llenados, los moldes fueron nivelados para obtener una superficie plana.

Los especímenes se almacenaron en una habitación con condiciones de 23 ± 2 °C y 70%-80% de humedad relativa, donde permanecieron durante 24 ± 0.5 horas. Transcurrido este periodo, se procedió al desmoldeo con precaución, descartando aquellos cubos con defectos evidentes.

3.2 Tratamiento térmico

Tras el proceso de curado inicial, los especímenes cúbicos mostrados en la figura 3a fueron sometidos a un tratamiento térmico a 90 ± 2 °C durante 180 minutos, con el propósito de evaluar la evolución térmica del material. El calentamiento se realizó en un horno de convección forzada de la marca FELISA, modelo fe-291 véase la figura 3b.

a)



b)



c)



d)



Figura 3. Equipos utilizados durante el tratamiento térmico. a) Cubo de mortero, b) horno, c) pirómetro infrarrojo y d) termómetro digital.

Para el monitoreo de la temperatura superficial de los especímenes, se empleó un pirómetro infrarrojo marca ThermPro mostrado en la figura 3c, modelo TP-30, el cual permitió obtener mediciones rápidas, sin contacto, y con mínima perturbación del sistema. Las lecturas se realizaron directamente sobre una de las caras de cada cubo, con una frecuencia de un minuto desde el minuto 1 hasta el minuto 180. La sonda fue alineada de manera perpendicular al plano superficial, manteniendo una distancia constante para garantizar la precisión y reproducibilidad de los datos. No se realizaron réplicas para esta etapa.

De forma complementaria, se controló la temperatura ambiente durante todo el tratamiento térmico mediante un termómetro digital con sonda metálica mostrado en la figura 3d, marca Extech, modelo 401014, que permitió registrar un entorno estable de 32 ± 1 °C.

4. Resultados Teórico-Experimentales

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de forma experimental y su comparación con el modelo teórico incorporando las condiciones iniciales y de frontera correspondientes al experimento.

Considerando la idealización descrita en la sección 2.2 podemos encontrar un modelo que incorpora las características del cubo de mortero. Los datos han sido ingresados a la expresión (6) junto con los valores de los parámetros descritos en la fórmula, dando como resultado la figura 2, en la cual se muestra la distribución con respecto a una de las caras en su evolución a lo largo de 3 horas de medición a intervalos de un minuto para cada medición de la temperatura y en un rango de $0 \leq x \leq L$. Vemos que la temperatura es ligeramente menor en los extremos del cubo, en comparación del punto central $L = 0.025m$. Todas las gráficas mostradas en este artículo se han generado con el software Wolfram Mathematica 12.0.

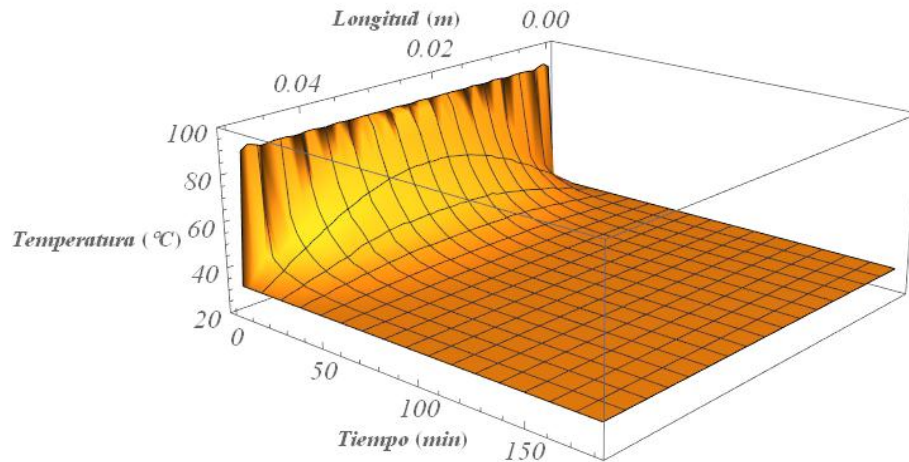


Figura 4. Gráfica de evolución de temperatura, para una de las caras de un cubo sólido ideal con las 6 caras sometidas a la misma temperatura constante T_0 .

En la figura 4, se muestra la gráfica de la expresión (6) manteniendo el punto fijo $x_0 = 0.025m$ y con los mismos parámetros definidos en la sección 2.2, de esta forma se observa la evolución de la temperatura a lo largo de 3 horas de muestreo. Asimismo, se han considerado las gráficas para varios valores α que se detallan en la figura 5, esto con el fin de obtener la mejor aproximación a los datos experimentales y poder determinar en forma empírica el valor de la constante α para el material mortero utilizado.

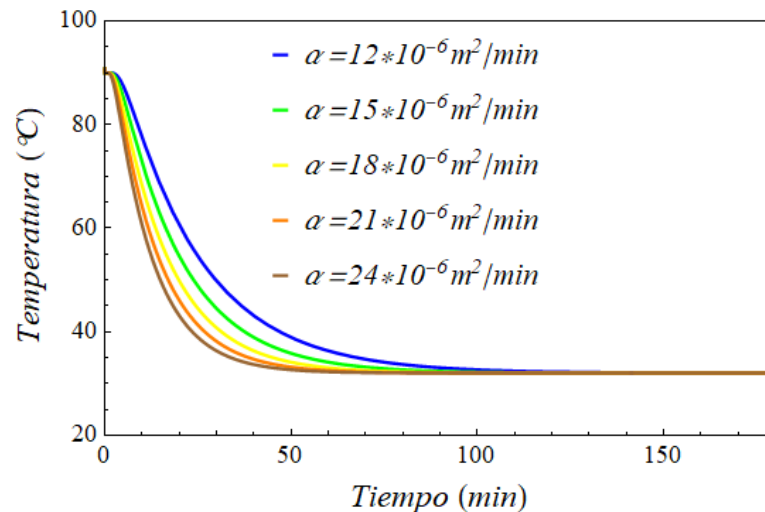


Figura 5. Gráfica de evolución de temperatura, para varios valores de α con la posición $x_0 = 0.025m$, con respecto a una de las caras de un cubo sólido ideal con las 6 caras sometidas a la misma temperatura constante T_0 .

En la Tabla 1 se muestran los valores obtenidos a partir del diseño experimental propuesto, los cuales se presentan a intervalos de un minuto considerando que este

es un margen de tiempo adecuado para obtener una medición confiable tomando en cuenta las maniobras para la adquisición del dato. Asimismo, se toman un margen de tiempo de 180 minutos suficientes hasta que se logra alcanzar la temperatura de equilibrio. Notemos que la temperatura de equilibrio se adquiere aproximadamente a partir del minuto 120, después las variaciones son del orden de $\pm 0.1^\circ\text{C}$, comportamiento que se encuentra en concordancia con el modelo propuesto en la Figura 5 para $\alpha = 18 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{min}$.

Tabla 1. Datos obtenidos al realizar la medición de temperatura en una de las caras del cubo de material mortero, donde t es el tiempo en minutos y T es la temperatura registrada en grados Celsius, se ha tomado como temperatura inicial al tiempo $t=0$ una temperatura de $T=90.3^\circ\text{C}$.

t (min)	T (°C)	t (min)	T (°C)	t (min)	T (°C)	t (min)	T (°C)	t (min)	T (°C)	t (min)	T (°C)
1	86.0	31	44.3	61	37.0	91	33.4	121	32.2	151	32.1
2	83.7	32	43.9	62	34.6	92	33.4	122	32.2	152	32.1
3	79.4	33	43.7	63	34.5	93	33.4	123	32.2	153	32.1
4	77.8	34	43.3	64	34.4	94	33.4	124	32.2	154	32.1
5	74.7	35	43.2	65	34.4	95	33.3	125	32.2	155	32.1
6	71.0	36	43.0	66	34.4	96	33.3	126	32.2	156	32.1
7	70.0	37	42.8	67	34.2	97	33.3	127	32.2	157	32.1
8	69.6	38	42.4	68	34.0	98	33.3	128	32.2	158	32.1
9	66.6	39	41.7	69	34.0	99	33.3	129	32.2	159	32.1
10	64.4	40	41.0	70	34.3	100	33.2	130	32.2	160	32.0
11	63.7	41	40.5	71	34.3	101	33.1	131	32.1	161	32.0
12	62.2	42	40.0	72	34.3	102	33.1	132	32.1	162	32.0
13	60.4	43	39.8	73	34.3	103	33.0	133	32.1	163	32.0
14	58.7	44	39.6	74	34.2	104	33.0	134	32.1	164	32.0
15	57.3	45	39.4	75	34.1	105	32.9	135	32.1	165	32.0
16	56.7	46	39.1	76	34.1	106	32.9	136	32.1	166	32.0
17	55.2	47	39	77	34.0	107	32.9	137	32.1	167	32.0
18	54.4	48	38.9	78	34.0	108	32.9	138	32.1	168	32.0
19	53.4	49	38.7	79	34.0	109	32.8	139	32.1	169	32.0
20	52.1	50	38.5	80	34.0	110	32.8	140	32.1	170	32.0
21	51.3	51	38.1	81	33.9	111	32.7	141	32.1	171	32.0
22	50.9	52	38.0	82	33.9	112	32.7	142	32.1	172	32.0
23	50.6	53	37.8	83	33.8	113	32.6	143	32.1	173	32.0
24	49.5	54	37.5	84	33.7	114	32.6	144	32.1	174	32.0
25	48.4	55	37.0	85	33.6	115	32.5	145	32.1	175	32.0
26	48.1	56	37.0	86	33.5	116	32.4	146	32.1	176	32.0
27	47.5	57	36.5	87	33.5	117	32.4	147	32.1	177	32.0
28	47.0	58	36.0	88	33.5	118	32.3	148	32.1	178	32.0

29	46.3	59	37.3	89	33.5	119	32.3	149	32.1	179	32.0
30	45.2	60	37.2	90	33.5	120	32.3	150	32.1	180	32.0

Para el análisis, es frecuente representar los datos censados en forma visual. Por ello, en la figura 6, podemos observar la gráfica de temperaturas obtenidas basado en la tabla 1 como función del tiempo a intervalos de un minuto durante 180 minutos y se denota por $U[n]$, junto con el modelo correspondiente obtenido de la figura 5 tomando como valor de:

$$\alpha = 18.00 \times 10^{-6} m^2/min$$

como mejor aproximación y denotada por $u(x_0, t)$.

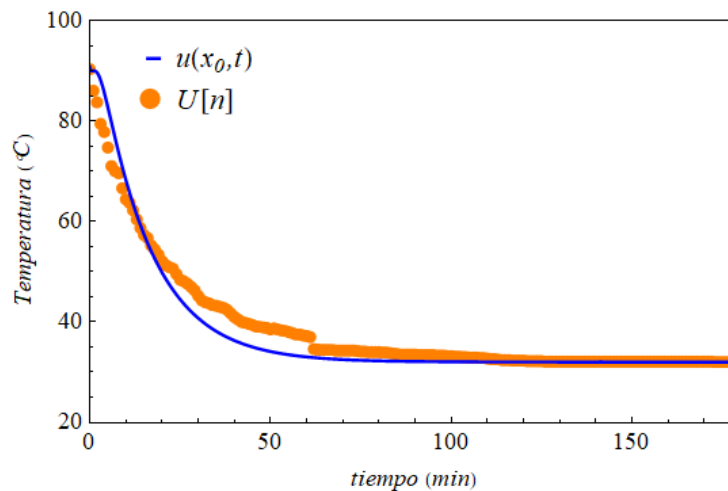


Figura 6. Gráfica de datos experimentales comparados con el modelo ideal para la distribución de temperaturas en una de las caras de un cubo sólido tomando como referencia el punto central de la cara con $x=0.025$ m con las 6 caras sometidas a la misma temperatura.

Cabe mencionar que la medición de la temperatura se ha tomado en una de las caras laterales y no de la superior o inferior, justo en el punto central del cuadrado de la cara. El coeficiente de difusividad térmica α del mortero puede variar debido a las diferentes condiciones de caracterización y dependiendo de su composición, cantidad de agua, de aditivos, de cemento, de arena etc. por lo que los rangos estimados del coeficiente varían típicamente entre $18 \times 10^{-6} m^2/min > \alpha > 62.4 \times 10^{-6} m^2/min$ en concordancia con los valores obtenidos en la tabla 2. El valor reportado en este trabajo se encuentra en el límite bajo de los rangos establecidos.

Tabla 2. Rangos para valores típicos del coeficiente de difusividad térmica con respecto a varios autores. Las referencias han sido dispuestas de mayor a menor rango de valores de la difusividad térmica.

Referencia	$\alpha(10^{-6}\text{m}^2/\text{min})$
Shafigh P. et al. [31]	53.4 - 61.8
Stolarska A. and Strzalkowski J. [28]	42.6 - 57.6
Incropera F. P. et al. [29]	29.4
Gbekou F. K. et al. [32]	18 - 62.4
Bamogo S. et al. [30]	18 - 42

Con respecto a los trabajos reportados en la tabla 2, donde se utilizan máquinas especializadas vemos que el método propuesto es relevante, debido a que se utiliza equipo de bajo costo, se pueden estudiar distintas composiciones y permite estudiar diferencias de carga de tales compuestos.

5. Conclusiones

En este trabajo se presentó la caracterización de un sólido de mortero de geometría cúbica, el cual se ha sometido a una fuente de calor uniforme y homogénea dando como resultado una distribución de temperaturas sobre todas las caras del cubo de manera uniforme. Posteriormente se realiza la medición de la temperatura en una de las caras y se desarrolla un modelo que concuerde con las características del experimento realizado conforme al marco teórico estándar. Al comparar ambos esquemas tanto el teórico como el experimental se puede observar una concordancia efectiva como se muestra en la figura 6. Para efecto de validar el experimento se calcula el valor numérico de la difusividad térmica de la muestra de mortero utilizada, obteniendo un valor dentro de los rangos comúnmente aceptados de la literatura. Cabe resaltar que los resultados obtenidos aceptables, aun cuando se ha implementado un montaje experimental de bajo costo. Como trabajo a futuro se busca mejorar las condiciones de medición de la temperatura de la muestra para adquirir una mayor exactitud.

Agradecimientos

Los autores agradecen al M.C. Jahaziel Méndez García por su valioso apoyo en la elaboración de los cubos de mortero, los cuales permitieron validar experimentalmente el desarrollo teórico del proyecto. Asimismo, agradecen al estudiante de Ingeniería en Mecatrónica Leonardo Fabricio Rayas Galindo por la realización del experimento y la adquisición de datos. Se hace una dedicatoria especial de este trabajo por parte de uno de los autores a la memoria de Sra. Celia Loreto Estrada.

Referencias

1. J. Fourier, *Analytical Theory of Heat*, Cambridge, Reino Unido, Cambridge University Press, 1878.
2. J. H. Lienhard, "Notes on the origins and evolution of the subject of heat transfer," *Mechanical Engineering*, vol. 105, no. 6, pp. 20–27, 1983.
3. S. Esposito, "Reconstructing the early history of the theory of heat through Fourier's experiments," *Eur. J. Phys.*, vol. 44, no. 5, pp. 1-18, 2023.
4. S. V. Meschel, "A brief history of heat measurements by calorimetry with emphasis on the thermochemistry of metallic and metal-nonmetal compounds," *Calphad*, vol. 67, p. 101714, 2019. doi: <https://doi.org/10.1016/j.calphad.2019.101714>
5. M. T. Marvila, A. R. G. Azevedo and S. N. Monteiro, "Verification of the application potential of the mathematical models of Lyse, Abrams and Molinari in mortars based on cement and lime", *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 9, no. 4, pp. 7327–7334, 2020. doi: [10.1016/j.jmrt.2020.04.077](https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2020.04.077)
6. W. Yue and B. Wang, "Ceramic-added lime and cement mortars: A review of applications in building products", *Sci. Prog.*, vol. 107, no. 3, 2024. doi: [10.1177/00368504241266559](https://doi.org/10.1177/00368504241266559)
7. P. Shafigh, I. Asadi, A. R. Akhiani, N. B. Mahyuddin, and M. Hashemi, "Thermal properties of cement mortar with different mix proportions," *Materiales de Construcción*, vol. 70, no. 339, p. e224, 2020. [Link]
8. J. A. Acevedo-Díaz, A. García-Carmona, M. del M. Aragón-Méndez and J. M. Oliva-Martínez, "Modelos científicos: significado y papel en la práctica científica," *Rev. Cient.*, vol. 30, no. 3, pp. 155–166, 2017. doi: [10.14483/23448350.12288](https://doi.org/10.14483/23448350.12288)
9. M. de los Angeles Bizzio, A. M. Guirado and C. I. Maturano Arrabal, "Uso de simulaciones científicas interactivas para fortalecer la formación inicial de docentes de Química," *Revista Educación*, Vol. 48, No. 1, pp. 522–542, 2024. doi: [10.15517/revedu.v48i1.56052](https://doi.org/10.15517/revedu.v48i1.56052)
10. C. Ruiz-Martín, "Theory and Foundations of Modeling and Simulation", *The Journal of the Institution of Engineers (India): Series B*, vol. 12, no. 5, pp. 762-771, 2023. doi: [10.1177/00375497231171140](https://doi.org/10.1177/00375497231171140)
11. C. Tamayo-Roca, M. Roca-Revilla and G. Nápoles-Quiñones, "La modelación científica: algunas consideraciones teórico-metodológicas," *Revista Santiago*, No. 42, pp. 79–90, 2017.
12. M. Berges Díaz, "La modelación como método teórico de la investigación educativa", *Revista Varela*, vol. 9, no. 24, pp. 62–74, 2009. [Link]
13. T. Ting, X. Wang, W. Chen and C. Wang, "Model calibration and validation from a statistical inference perspective", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 410, p. 115771, 2023. doi: [10.1016/j.cma.2023.115771](https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.115771)
14. J. Paquette-Rufiange, P. Lemaire and C. Gogu, "Optimal design of validation experiments for the prediction of quantities of interest", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, vol. 412, p. 115889, 2023. doi: [10.1016/j.cma.2023.115889](https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.115889)
15. J. M. Caro, J. M. Kolominsky-Rabas and E. S. P. Ting, "A Review of Validation and Calibration Methods for Health Care Modeling and Simulation", *Appl. Health Econ. Health Policy*, vol. 23, no. 2, pp. 135–148, 2023. doi: [10.1007/s40258-023-00776-3](https://doi.org/10.1007/s40258-023-00776-3)
16. D. Sornette, R. Woodard, W.-X. Zhou and S. N. Pisarenko, "General strategy for physics-based model validation", *Computational Mechanics*, vol. 41, no. 5, pp. 741–752, 2008. <https://doi.org/10.1007/s00466-007-0160-5>
17. C. D. Anderson, "The Positive Electron," *Physical Review*, vol. 43, no. 6, pp. 491–494, 1933. doi: [10.1103/PhysRev.43.491](https://doi.org/10.1103/PhysRev.43.491)

18. B. P. Abbott et al., "Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, no. 6, p. 061102, 2016. doi: 10.1103/PhysRevLett.116.061102
19. G. Aad et al. (ATLAS Collaboration), "Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC", *Phys. Lett. B*, vol. 716, no. 1, pp. 1–29, 2012. doi: 10.1016/j.physletb.2012.08.020
20. K. Y. Montoya Suárez, C. C. Rodríguez Correa "Distribuciones de temperaturas en conductores térmicos" *Lat. Am. J. Phys. Educ.* Vol. 10, No. 4, pp. 4310-5, 2016.
21. Y. Li, H. Liu, L. Xie and X. He, "Mathematical modeling of heat distribution for the pan in a baking oven," *Adv. J. Food Sci. Technol.*, vol. 8, no. 10, pp. 747–750, 2015. doi: 10.19026/ajfst.8.1601
22. O. Aguilar-Loreto, J. A. Muñoz-Gómez and J. M. Fernández-Raudales, "Análisis de la distribución de temperatura sobre una barra con Arduino," *Memorias del 13 Congreso Nacional de Mecatrónica*, Querétaro, México, 2014. [Link]
23. R. Haberman, "Elementary Applied Partial Differential Equations: With Fourier Series and Boundary Value Problems," Prentice-Hall, 2nd ed. 1987.
24. G. B. Arfken, Hans J. Weber "Mathematical Methods for Physicists," Academic Press, 4th ed. 1995.
25. R. B. Guenther, John W. Lee "Partial Differential Equations of Mathematical Physics and Integral Equations," Dover Publications, 1996.
26. R. V. Churchill "Fourier and Boundary Value Problems," Boston: McGraw Hill, 1941.
27. T. Mint-U, L. Debnath "Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers" Birkhauser Boston, 4th ed. 2007. doi: 10.1007/978-0-8176-4560-1
28. A. Stolarska y J. Strzałkowski, "The Thermal Parameters of Mortars Based on Different Cement Type and W/C Ratios", *Materials*, vol. 13, no. 19, art. 4258, 2020, doi: 10.3390/ma13194258
29. F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 6.^a ed., Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2006.
30. S. Bamogo, F. Zoma, E. Malbila and D. Toguyeni, "Thermal Characterization of Concrete and Cement Mortar from Construction Sites and Industrial Production Units in the City of Ouagadougou with a View to Standardization in Energy Certification", *Engineering*, vol. 15, pp. 396–415, 2023. doi: 10.4236/eng.2023.156031
31. P. Shafigh, et al., "Thermal properties of cement mortar with different mix proportions," *Materiales de Construcción*, vol. 70, no. 339, 2020. doi: 10.3989/mc.2020.09219
32. F. K. Gbekou, A. Boudenne, A. Eddhahak and K. Benzarti, "Mechanical and thermal properties of cement mortar composites incorporating micronized miscanthus fibers", *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 26, pp. 7649–7664, 2023. doi: 10.1016/j.jmrt.2023.09.093

Revista Ciencia Aplicada

Conocimiento Multidisciplinario

ISSN: 3122-3664
